25 b) $\boxed{\text{MNOŽINY, OPERACE S NIMI}}$

Pojem množiny

<u>Pojem množiny</u> je jeden ze základních matematických pojmů, a proto se nedefinuje. Intuitivní pojetí je založeno na představě souboru. Nahrazuje řadu běžně užívaných slov, např. rodina, družstvo, kolektiv, třída, skupina, hromada, soubor, sada, souprava, hejno, stádo atd. Množiny označujeme zpravidla velkými písmeny A, B, C, M, Q...

Prvky množiny

<u>Prvek množiny</u> je další základní mat. pojem, který nedefinujeme. Prvky množiny si představujeme jako objekty nebo názvy objektů (věci, předměty, body, čísla, lidi atd.), které tvoří množinu. Označujeme je obvykle malými písmeny (a, b, x, y, ...), popř. znaky (např. číslicemi).

Abychom určitou skupinu prvků mohli v matematice považovat za množinu, musí být splněny tyto podmínky:

<u>1. podmínka:</u> O každém objektu musí být jednoznačně možné rozhodnout, zda do dané množiny patří, či nepatří. Objekty musí být určeny jednoznačně.

<u>2. podmínka:</u> Všechny objekty, které dané množině patří, jsou navzájem různé. Každý prvek může být uveden jen jednou.

<u>Chybná nepřesná formulace</u>: Množina žáků 5.C novobydžovského gymnázia.

<u>Přesná formulace</u>: Množina <u>všech</u> žáků 5.c novobydžovského gymnázia zapsané v třídním výkazu k 15. září 2003.

Způsoby určení (zadání) množin

<u>1. způsob</u>: výčtem všech jejích prvků bez ohledu na jejich pořadí. Například:

$M = \{e, d, u, a, r\}$ představuje výčet všech písmen ve slově Eduard.

$A = \{10, 11, 12, 13\}$ je množina všech dvojciferných čísel menších než 14.

Zadání konečné množiny M výčtem jejích n prvků $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ zapisujeme takto: $M = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$.

Poznámka: Obdobným, avšak pouze symbolickým zápisem se někdy vyjadřují i některé nekonečné množiny, např.
$Z = \{\ldots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \ldots\}$, $Z^+ = N = \{1, 2, 3, \ldots\}$

2. způsob: pomocí charakteristické vlastnosti prvků množiny. Zadání množiny M charakteristickou vlastností $V(x)$ všech jejích prvků x zapisujeme:
$M = \{x \in U; V(x)\}$ ... U je tzv. univerzální množina.

Příklady:

$A = \{x \in N; x < 7\}$ $\quad$ $M = \{x \in Z; -2 < x \leq 5\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\quad$ $M = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$K = \{X \in \rho; |SX| \leqq 2{,}5\,cm\}$ ... K je množina všech bodů X kruhu se středem S a poloměrem $r = 2{,}5\,cm$ v množině všech bodů roviny ρ.

Vztahy mezi množinami
1. vztah inkluze
2. vztah rovnosti

Vztah inkluze: Je-li každý prvek množiny A současně prvkem množiny B, říkáme, že množina A je částí nebo podmnožinou množiny B; zapisujeme $A \subset B$.

Příklad 1: $M = \{x \in N; x \leqq 12\}$

$P = \{x \in N;\ x$ je násobek čísla 3 menší než 13$\}$

× N (tečkou písmena jsou pro výroky

Je mezi množinami P a M vztah inkluze?

$M = \{1, 2, \underline{3}, 4, 5, \underline{6}, 7, 8, \underline{9}, 10, 11, \underline{12}\}$, $P = \{3, 6, 9, 12\}$; platí: $P \subset M$.

Příklad 2: $A = \{x \in M;\ |x-2| < 2\}$, $B = \{x \in M;\ x \leqq 5\}$

Jaký je vztah mezi množinami A, B.

$|x-2| < 2$

$x - 2 < 2 \qquad -x + 2 < 2$

$x < 4 \qquad x > 0$

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Platí: $A \subset B$

Vztah: rovnost množin.

Množiny A, B jsou si rovny, jestliže obsahují tytéž prvky, tj. každý prvek množiny A je prvkem množiny B a zároveň každý prvek množiny B je prvkem množiny A. Zapisujeme $A = B$.

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A.$$

Příklad 3: A je množina všech bodů roviny ρ, které náleží ose o souměrnosti úsečky RT.

B je množina všech bodů roviny ρ, které mají od krajních bodů úsečky RT stejné vzdálenosti.

Jaký je vztah mezi množinami A, B?

Platí: $A = B$

Příklad 4: $\{2, 4, 6\} = \{(3+1), 2, (8-2)\}$

Příklad 5: Zapište všechny podmnožiny množin:

a) $\{2; 7\}$ ... $\emptyset$, $\{2\}$, $\{7\}$, $\{2; 7\}$

b) $\{5, 7, 9\}$ .... $\emptyset$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{9\}$, $\{5; 7\}$, $\{5; 9\}$, $\{7, 9\}$, $\{5, 7, 9\}$

c) $\emptyset$ .... $\emptyset$

d) $\{0\}$ ..... $\emptyset$; $\{0\}$

Příklad 6: Které z následujících množin se rovnají:

$A=\{x\in\mathbb{Z};\ x>0\}$ $\quad B=\{x\in\mathbb{R};\ \sqrt[3]{x^3}=x\}$ $\quad O=\{x\in R;\ x\geq 0\}$

$P=\{x\in R;\ |x|<0\}$ $\quad T=\{-2;3\}$ $\quad S=\emptyset$

$V=\{x\in Z;\ 2x(x-3)+4(x-3)=0\}$ $\quad M$

Řešení:

$A=\{1,2,3,\dots\}$ $\quad O=\{x\in R;\ x\geq 0\}$

$B=$ ... platí pro $x\geq 0$ $\quad P=\emptyset$

$T=\{-2;3\}$ $\quad M=\{1,2,3,\dots\}$ $\quad S=\emptyset$

$V\dots\ 2x(x-3)+4(x-3)=0$

$2x^2-6x+4x-12=0$

$2x^2-2x-12=0 \quad |:2$

$x^2-x-6=0$

$x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{1+24}}{2}$

$x_{1,2}=\dfrac{1\pm 5}{2}=\begin{cases}3\\-2\end{cases}\Rightarrow V=\{-2;3\}$

Výsledek $\boxed{A=M}$ $\quad \boxed{O=B}$ $\quad \boxed{P=S}$ $\quad \boxed{T=V}$

Operace s množinami

Množinovou operací rozumíme takový zákon, pomocí něhož se dvou množin (různých nebo i sobě rovných) vytvoříme další množinu.

a) sjednocení množin
b) průnik množin
} = základní množinové operace

c) rozdíl množin
d) doplněk množiny v základní množině
} = další množinové operace

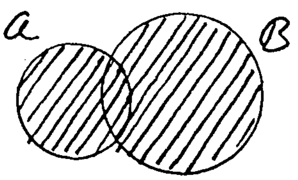
Poznámka: někdy se zavádí i tzv. symetrický rozdíl množin (ten nebudeme probírat).

Sjednocení množin

Definice: Sjednocení množin A, B, které jsou podmnožinami základní množiny U, se nazývá množina všech prvků množiny U, které patří do množiny

A nebo B.

$A \cup B = \{x \in U;\ x \in A \vee x \in B\}$



Jiná definice: Sjednocení množin A, B je množina všech prvků, které patří aspoň do jedné z množin A, B.

Příklad 7: Určete sjednocení množin A, B, je-li

a) $A = \{-3, -1, 0, 2, 5, 7, 10\}$ $B = \{-2, 0, 1, 3, 5, 6\}$

$A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10\}$

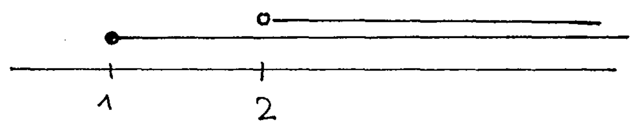
b) $A = \{x \in N;\ x > 2\}$, $B = \{x \in N;\ x > 6\}$

$A \cup B = \{x \in N;\ x > 2\}$

c) $A = N$, $B = Z$, $A \cup B = Z$

d) $A = \{x \in R;\ x \geq 1\}$, $B = \{x \in R;\ x > 2\}$

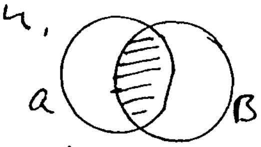
$A \cup B = \{x \in R;\ x \geq 1\}$ nebo $A = \langle 1; \infty)$, $B = (2; \infty)$, $A \cup B = \langle 1; \infty)$



Průnik množin

Definice: Průnik množin A, B (v základní množině U) je množina všech prvků, které patří zároveň do obou množin.

$A \cap B = \{x \in U;\ x \in A \wedge x \in B\}$



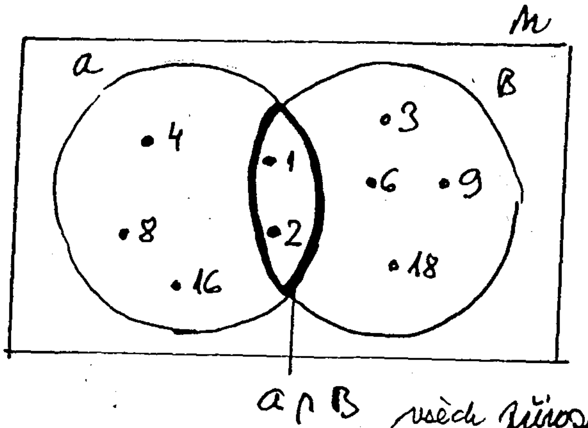
Příklad 8: Určete průnik množin A, B, pro které platí:

a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 5, 8, 13\}$, $A \cap B = \{2, 4, 5\}$

b) $A = \{x \in N;\ x \mid 16\}$, $B = \{x \in N;\ x \mid 18\}$

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $A \cap B = \{1, 2\}$

c) Vyznačte předchozí příklad ve Vennově diagramu. Jak se nazývají čísla z množiny $\{1, 2\}$?



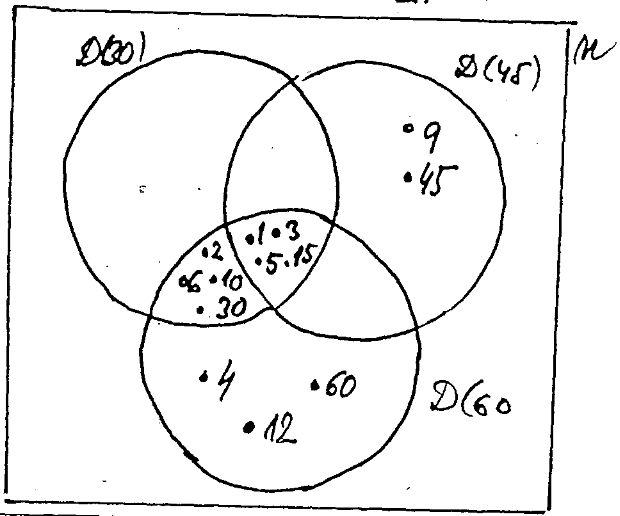
$\{1,2\}$ je množina všech přirozených společných dělitelů čísel 16 a 18.

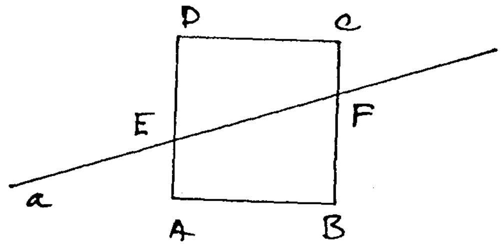
d) Určete množinu všech přirozených spol. dělitelů čísel 30, 60, 45.

<u>Řešení</u>: Označme množinu všech dělitelů čísel 30, 60, 45 $D(30)$, $D(60)$, $D(45)$

$D(30) = \{\underline{1}, 2, \underline{3}, \underline{5}, 6, 10, \underline{15}, 30\}$ $D(60) = \{\underline{1}, 2, \underline{3}, 4, \underline{5}, 6, 10, 12, \underline{15}, 30, 60\}$

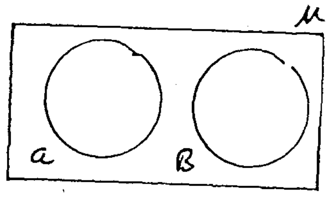
$D(45) = \{\underline{1}, \underline{3}, \underline{5}, 9, \underline{15}, 45\}$

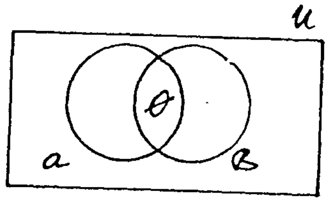




e) Na horním obrázku průnikem čtverce ABCD a přímky <u>a</u> je úsečka EF, průnikem obvodu čtverce ABCD a přímky a je množina bodů $\{E, F\}$.

<u>Poznámka</u>: Množiny A, B, pro něž platí $A \cap B = \emptyset$, nazýváme <u>disjunktní</u>.





<u>Příklad 9:</u> Řešte nerovnici $2x^2 - 3x < 0$.

Řešení: $2x^2-3x<0$

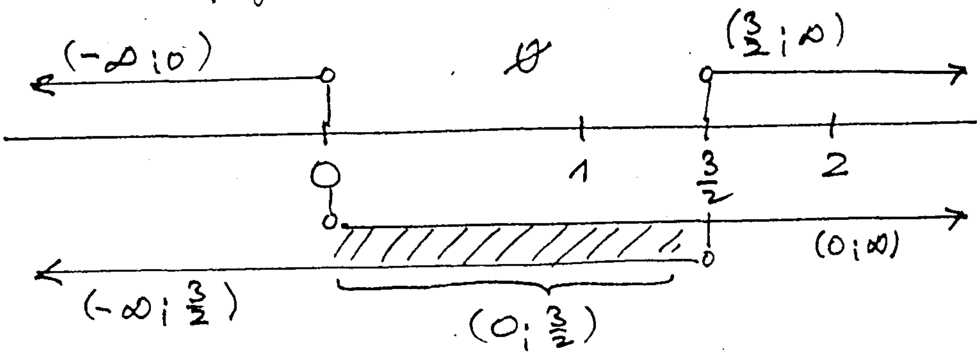
$x(2x-3)<0 \iff (x<0 \wedge 2x-3>0) \vee (x>0 \wedge 2x-3<0)$

$(x<0 \wedge 2x>3) \vee (x>0 \wedge 2x<3)$

$(x<0 \wedge x>\frac{3}{2}) \vee (x>0 \wedge x<\frac{3}{2})$

(x) $\underbrace{\left[(-\infty;0)\cap(\tfrac{3}{2};\infty)\right]}_{K_1=\emptyset} \cup \underbrace{\left[(0;\infty)\cap(-\infty;\tfrac{3}{2})\right]}_{K_2=(0;\frac{3}{2})}$

(x) Oba intervaly představují disjunktní číselné množiny.

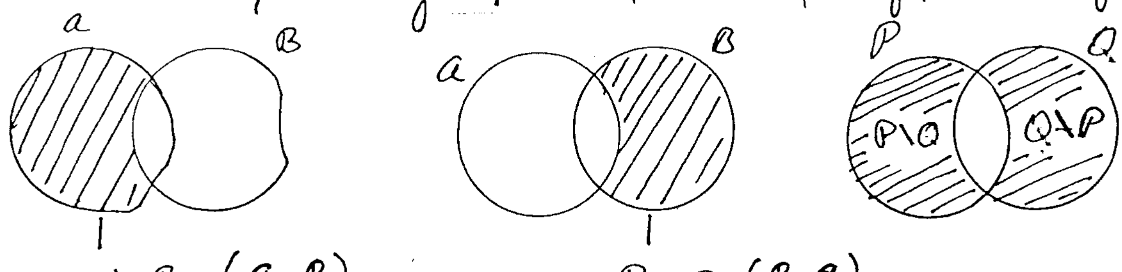


Řešením je sjednocení intervalů $K_1=\emptyset$ a $K_2=(0;\frac{3}{2})=(0;\frac{3}{2})$

$K=(0;\frac{3}{2})$

Rozdíl množiny

Definice: Rozdíl množin A, B je množina všech prvků množiny A, které nejsou prvky množiny B.



$A \setminus B$ $(A-B)$ $B \setminus A$ $(B-A)$

Příklad 10: $S=\{1,2,5,7\}$ $T=\{2,4,5,8,13\}$

a) určete $S\setminus T$, $T\setminus S$

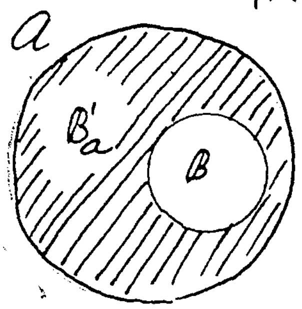
b) Vyjádřete rozdíl $S\setminus T$ pomocí symbolického zápisu.

a) $S\setminus T=\{1,7\}$, $T\setminus S=\{4,8,13\}$

b) $S-T=\{x\in N;\ (x\in S \wedge x\notin T)\}$

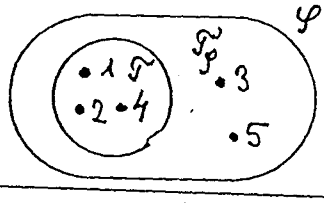
Doplněk množiny

Definice: Doplněk množiny B v množině A je množina všech prvků množiny A, které nepatří do množiny B.



$$B'_A = \{x \in A \wedge x \notin B\}$$

Příklad 11: $P = \{1,2,3,4,5\}$, $T = \{1,2,4\}$; $T'_P = \{3;5\}$



Příklad 12: Určete doplňky množin A, B, C, D v množině Z.

a) $A = \{x \in Z;\ x < 1\}$ ... $A' = \{x \in Z;\ x \geqq 1\} = N$

b) $B = N$ ... $B' = \{x \in Z;\ x \in N\} = \{x \in Z;\ x \leqq 0\} = Z_0^-$

c) $C = \{x \in Z;\ \sqrt{x^2} = |x|\}$, pro každé $x \in Z$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, proto $C' = \emptyset$

d) $D = \{x \in Z;\ |x| > 0\}$ ... $D' = \{x \in Z;\ |x| \leqq 0\} = \{0\}$

Příklad 13: $A = \{2;3\} \subset B = \{1,2,3,4\}$ ... $A'_B = B - A = \{1;4\}$

Příklad 14: Dáno:

$A = \{x \in N;\ x$ je násobek 3 menší než 30$\}$ nebo $\{x, k \in N;\ x = 3k \wedge x < 30\}$

$B = \{x \in N;\ x$ je násobek 4 menší než 30$\}$ nebo $\{x, l \in N;\ x = 3l \wedge x < 30\}$

Určete: $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B\ (A \setminus B)$, $\underbrace{B - A\,(B \setminus A),\ A'_N,\ B'_N}_{\text{obecně}}$

Řešení:

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$

$A \cup B = \{3, 4, 6, 9, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 27, 28\}$

$A \cap B = \{12; 24\}$

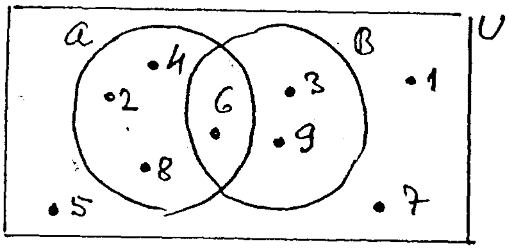
$A - B = \{3, 6, 9, 15, 18, 21, 27\}$ $\qquad B - A = \{4, 8, 16, 20, 28\}$

$A - B = \{x \in N;\ x \in A \wedge x \notin B\}$ $\qquad B - A = \{x \in N;\ x \in B \wedge x \notin A\}$

$A'_M = \{x \in M ; \wedge x \notin A\}$ $\qquad$ $B'_M = \{x \in N ; x \notin B\}$

Množinové operace a Vennův diagram

Příklad 15: Základní množina U je množina všech přirozených čísel menších než 10. A je množina všech sudých čísel z množiny U, B je všech čísel z množiny U dělitelných třemi. Vyznačte všechny prvky množiny U ve Vennově diagramu.



$M = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$A = \{2,4,6,8\}$

$B = \{3,6,9\}$

Příklad 16: Ze 129 studentů jednoho ročníku univerzity chodí 116 studentů do menzy na oběd nebo večeři, 62 studentů dochází nejvýše na jedno z těchto jídel. Na obědy chodí o 47 studentů více než na večeře. Kolik studentů chodí

a) na obědy i večeře,

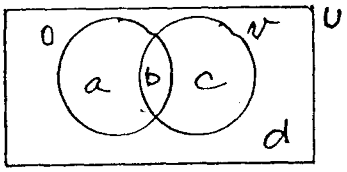
b) jen na obědy,

c) jen na večeře?

Řešení:

O... množina studentů chodících na obědy

V.. " " " na večeře



$a+b+c+d = 129$ (1)

$a+b+c = 116$ (2) dosaď do (1)

$116 + d = 129$

$\boxed{d = 13}$

$a + b - (b + c) = 47$

$a - c = 47$ (3)

$a + c + d = 62$

$a + c + 13 = 62$

$a + c = 49$ (4)

soustava →

$a - c = 47$

$a + c = 49$

$2a = 96$

$\boxed{a = 48}$ dosaď do (4)

$48 + c = 49$

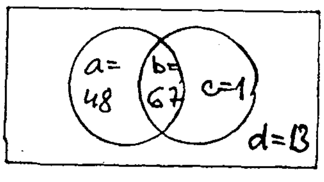
$\boxed{c = 1}$ .. do (1) dosaď a, d, c

$a+b+c+d = 129$

$48 + b + 1 + 13 = 129$

$\boxed{b = 67}$

Zkouška:



Odpověď: a) 67 studentů

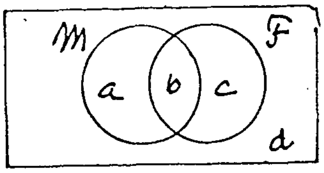
b) 48 studentů

5 c) 1 student

Příklad 17: 14 žáků jedné třídy mělo na vysvědčení jedničku z matematiky nebo z fyziky. Osm z nich mělo jedničku z fyziky a tři z obou předmětů. Počet žáků, kteří měli jedničku jen z fyziky, tvořil šestinu všech žáků třídy.

a) Kolik žáků mělo jedničku z matematiky

b) " " bylo ve třídě?



M... množina všech žáků třídy s jedničkou z M

F... " " " " " z F

$a+b+c=14$

$b+c=8$

$\boxed{b=3}$

$3+c=8$

$\boxed{c=5}$

$a+3+5=14$

$\boxed{a=6}$

5 je $\frac{1}{6}$

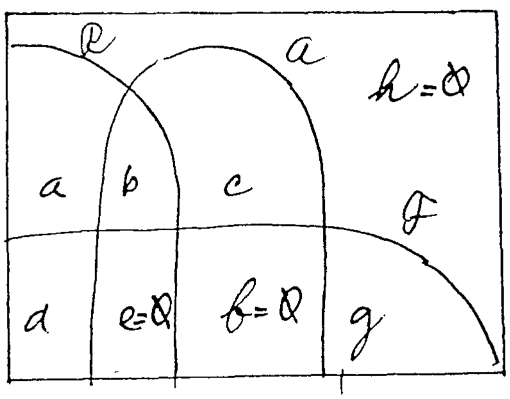
$\frac{6}{6} \ldots 5\cdot 6 = \boxed{30}$

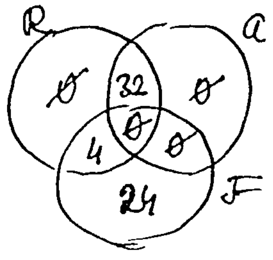
a) 9 žáků, b) 30 žáků

Příklad 18: Konference s 60 delegáty jednala ve 3 jazycích: v angličtině, ruštině a francouzštině. Žádný z účastníků neovládal současně angličtinu a francouzštinu. Anglicky hovořilo 32 delegátů, rusky 36 a francouzsky 28. Jen jedním jazykem hovořilo 24 delegátů. Každý delegát ovládal aspoň 1 z uvedených jazyků.

a) Kolik delegátů mluvilo jen rusky? (NEJDŘÍVE PŘÍKLAD 20/13)

b) Kolika delegátům bylo nutné překládat projevy proslovené rusky?





Protože e, f, h = ∅, tak tyto počty nevstoupí do řešení.

$a+b+c+d+g=60$ (1)

$b+c=32$ (2)

$a+b+d=36$ (3)

$d+g=28$ (4)

$a+c+g=24$ (5)

(2) do (1)

$$a+\underline{b}+\underline{c}+d+g=60$$

$$a+d+g+32=60$$

$$\boxed{a+d+g=28} \quad (6)$$

---

(3) do (1)

$$\underline{a}+\underline{b}+c+\underline{d}+g=60$$

$$c+g+36=60$$

$$\boxed{c+g=24} \quad (7)$$

---

(4) do (1)

$$a+b+c+\underline{d}+\underline{g}=60$$

$$a+b+c+28=60$$

$$\boxed{a+b+c=32} \quad (8)$$

---

(5) do (1)

$$\underline{a}+b+\underline{c}+d+g=60$$

$$b+d+24=60$$

$$\boxed{b+d=36} \quad (9)$$

---

(1)

$$a+\overbrace{b+\underbrace{c+d}_{36}+g}^{24}=0$$

$$a+24+36=60$$

$$\boxed{a=0}$$

---

(8) $\underbrace{a+b}_{32}+c=32$

$$32+c=32$$

$$\boxed{c=0}$$

---

(7) $c+g=24$

$$0+g=24$$

$$\boxed{g=24} \quad \text{do } (4)$$

$$d+24=28$$

$$\boxed{d=4} \quad \text{do } (9)$$

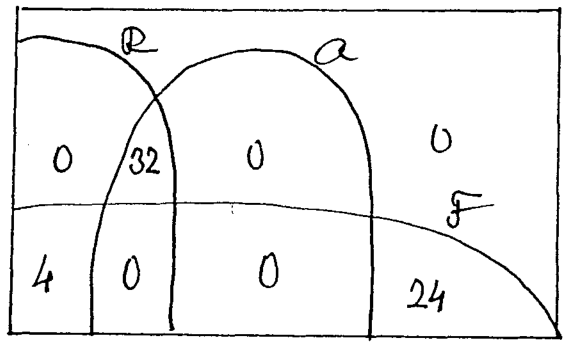
$$b+4=36$$

$$\boxed{b=32}$$

---

a) Jen rusky nemluví nikdo.

b) Přednášky v němčině bylo třeba překládat 24 účastníkům.



Příklad 19: Výrobky měly tři druhy závad. Z 800 kontrolovaných výrobků bylo 97% bez závad. Polovina vadných výrobků měla závadu A, čtvrtina vadných výrobků měla pouze závadu B. Všechny výrobky s vadou C měly i vadu B a třetina z nich měla i závadu A. Závadu A i B mělo 7 výrobků.

a) Kolik výrobků mělo pouze závadu A?

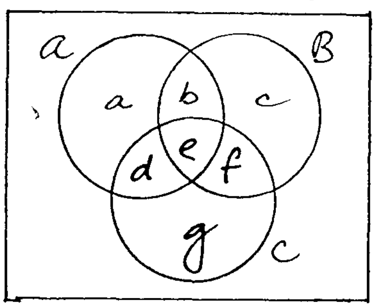
b) " " " závadu C?

c) Kolik procent výrobků mělo současně závady B a C a přitom nemělo závadu A?

d) Jaká je pravděpodobnost, že namátkou vybraný výrobek z vadných výrobků má všechny tři závady?

e) Jaká je pravděpodobnost, že namátkou vybraný výrobek z vadných výrobků má závadu B nebo C a přitom nemá závadu A?

V → množina všech výrobků



3% z 800 = 0,03 . 800 = 24 (vadných v.)

Platí:

$a+b+c+d+e+f+g = 24$ (1)

Závadu A: $a+b+d+e = 12$ (2)

$\frac{1}{4}$ z 24 ... $c=6$

Z výroku „Všechny výrobky s vadou C měly i vadu B ⇒

⇒ $\boxed{g=0}$ $\boxed{d=0}$

$\frac{1}{3}(e+f)=e$

$e+f=3e$

$\boxed{f=2e}$ (3)

$\boxed{b+e=7}$ (4)

z (2) $\underbrace{a+b+d+e}_{7}=12$

$a+7=12$

$\boxed{a=5}$

do (1)

$a+b+c+d+e+f+g=24$

$a=5$, $c=6$, $d=0$, $g=0$, $b+d+e=7$

$5+6+7+f=24$

$\boxed{f=6}$

→ $f=2e$

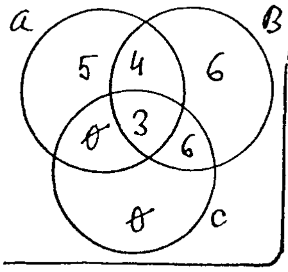
$6=2e$

$\boxed{e=3}$

$b+e=7$

$b+3=7$

$\boxed{b=4}$



Odpovědi:

a) 5 výrobků

b) $d+e+f+g = 0+3+6+0 = 9$ výrobků

c) $f = 6$ výrobků

6 z 24 je 6 : 0,24 = 25% výrobků

d) $p = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 12{,}5\%$ výrobků

e) $p = \frac{c+f+g}{24} = \frac{6+6+0}{24} = \frac{1}{2} =$

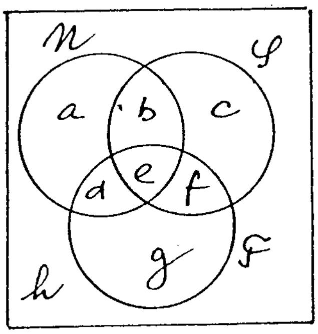
$= 50\%$ výrobků

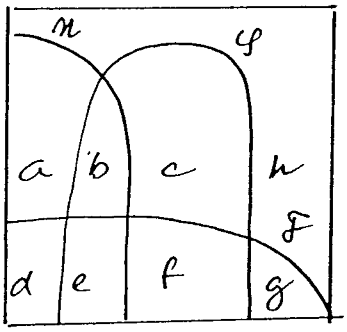
Příklad 20: Ze 100 účastníků jednoho zájezdu mluvilo 30 německy, 28 španělsky, 42 francouzsky, 8 španělsky a německy, 10 španělsky a francouzsky, 5 německy a francouzsky a 3 mluvili všemi třemi jazyky. Kolik účastníků zájezdu

a) nemluvilo ani jedním ze 3 uvedených jazyků,

b) mluvilo jen francouzsky,

c) mluvilo německy, ale ne zároveň francouzsky?





$$a+b+c+d+e+f+g+h=100 \quad (1)$$
$$a+b+d+e=30 \quad (2)$$
$$b+c+e+f=28 \quad (3)$$
$$d+e+f+g=42 \quad (4)$$
$$b+e=8 \quad (5)$$
$$e+f=10 \quad (6)$$
$$d+e=5 \quad (7)$$
$$\boxed{e=3} \quad (8)$$

a) $h=20$

b) $g=30$

c) $a+b=20+5=25$

Postupně dosazujme a získáme tyto výsledky:

$d+3=5$

$\boxed{d=2}$

$3+f=10$

$\boxed{f=7}$

$b+3=8$

$\boxed{b=5}$

$2+3+7+g=42$

$\boxed{g=30}$

$5+c+3+7=28$

$\boxed{c=13}$

$a+5+2+3=30$

$\boxed{a=20}$

$h=100-(20+5+13+3+2+7+30)=20$

$\boxed{h=20}$

Odpovědi:

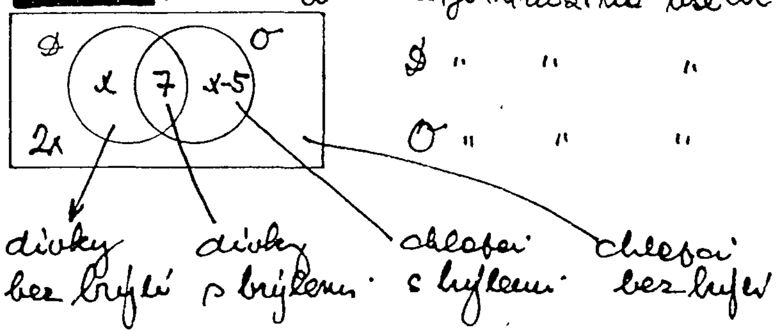
a) 20 účastníků

b) 30 účastníků

c) 25 účastníků

Příklad 21: Ve třídě s 34 studenty je 7 děvčat, která nosí brýle. Chlapců s brýlemi je o 5 méně než děvčat, která nenosí brýle. Chlapců, kteří nenosí brýle, je 2krát více než dívek nenosících brýle. Kolik je ve třídě chlapců a kolik dívek?

1. ZPŮSOB:



U je množina všech studentů třídy

♀ " " " dívek "

♂ " " " příslušníků třídy nosících brýle

$x + 7 + x - 5 + 2x = 34$

$4x = 32$

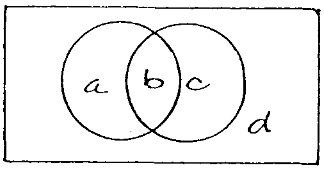
$x = 8$

Počet chlapců: $x - 5 + 2x = 8 - 5 + 16 = \boxed{19}$

Počet dívek: $x + 7 = 8 + 7 = \boxed{15}$

Zkouška: $15 + 19 = 34$

2. ZPŮSOB:



$a + b + c + d = 34$

$\boxed{b = 7}$

$d = 2a$

$c = a - 5$

$a + b + c + d = 34$, kde $b = 7$, $c = a - 5$, $d = 2a$

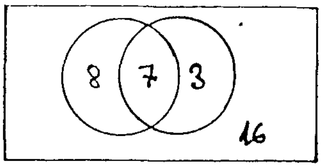
$a + 7 + a - 5 + 2a = 34$

$4a = 32$

$\boxed{a = 8}$

$d = 2 \cdot 8 = 16$ $\quad \boxed{d = 16}$

$c = 8 - 5$ $\quad \boxed{c = 3}$



Odpověď: Chlapců je $3 + 16 = 19$.

Dívek je $8 + 7 = 15$

Při řešení řady úloh z AsU. množinové algebry použijeme některé následující poznatky. Užijeme toto označení či symboliku (jde o definice, věty, vlastnosti)

U... základní množina

A, B, C ... podmnožiny U

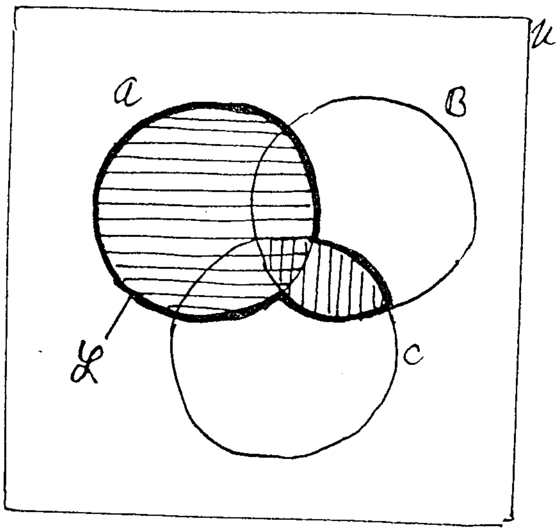
A', B', C' ... doplňky množin A, B, C v zákl. množině U

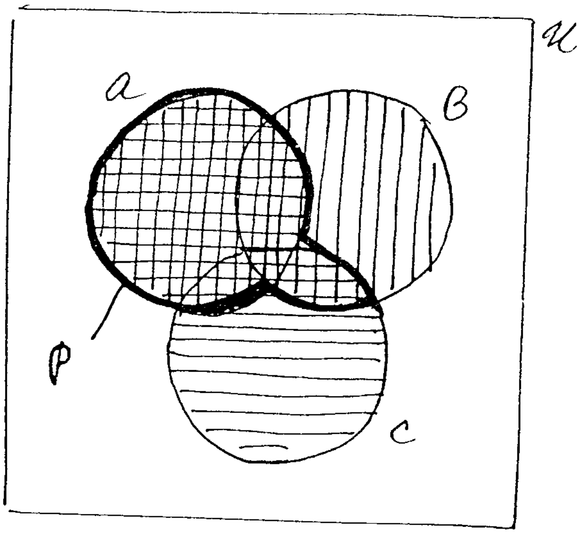
aj.

$a \cap a' = \emptyset$	1	$a \cup B = B \cup a$	13
$a \cup a' = U$	2	$a \cap B = B \cap a$	14
$a \cap \emptyset = \emptyset$	3	$a \cup (B \cup C) = (a \cup B) \cup C$	15
$a \cap U = a$	4	$a \cap B \cap C = a \cap (B \cap C) = (a \cap B) \cap C$	16
$a \cup \emptyset = a$	5	$a \cup (B \cap C) = (a \cup B) \cap (a \cup C)$	17
$a \cup U = U$	6	$a \cap (B \cup C) = (a \cap B) \cup (a \cap C)$	18
$\emptyset' = U$	7	$(a \cup B)' = a' \cap B'$	19
$U' = \emptyset$	8	$(a \cap B)' = a' \cup B'$	20
$U \cup U' = U$	9	$a \subset B \Leftrightarrow (a \cap B = a) \wedge (a \cup B) = B)$	21
$U \cap U' = \emptyset$	10	$a = B \Leftrightarrow a \subset B \wedge B \subset a$	22
$\emptyset \cup \emptyset' = U$	11	$a \cap U = a$	23
$\emptyset' \cap \emptyset = \emptyset$	12		

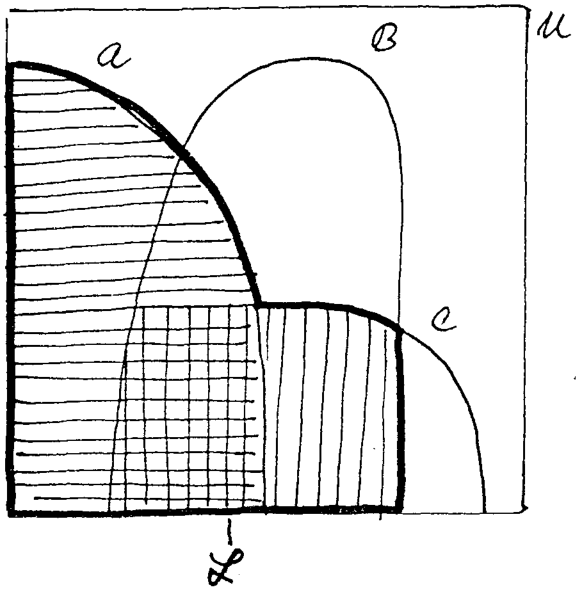
Příklad 22: Dokažte pomocí Vennových diagramů distributivnost sjednocení vzhledem k průniku (17).

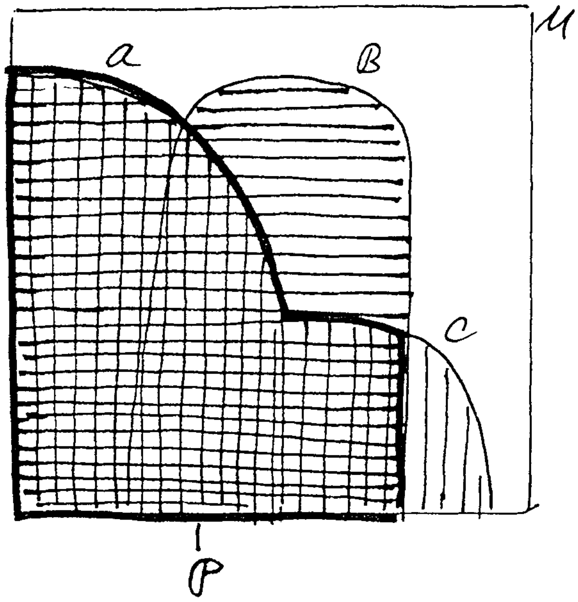
$$\underbrace{a \cup (B \cap C)}_{L} = \underbrace{(a \cup B) \cap (a \cup C)}_{P}$$





NEBO – OTOČ NA DALŠÍ STR.

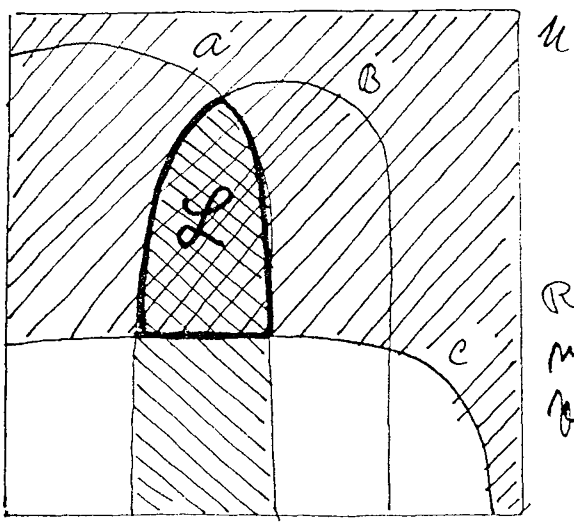




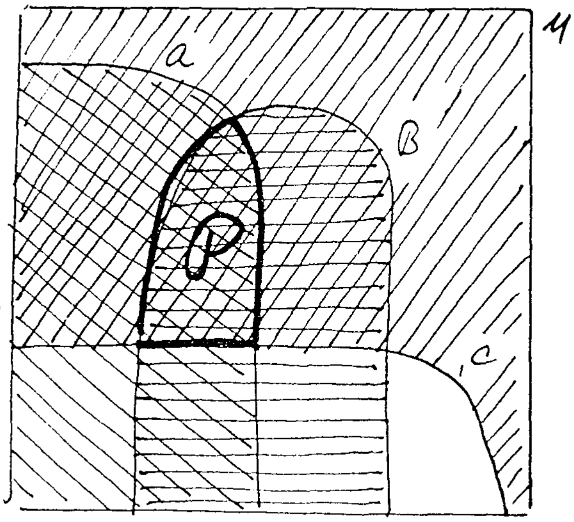
Rovnost množin L a P platí.

Příklad 23: Ověřte, zda následující rovnost množin platí:

$$\underbrace{C' \cap (A \cap B)}_{L} = \underbrace{(A \cap C') \cap (C' \cap B)}_{P}$$



Rovnost množin platí.



Příklad 24: Dokažte, že pro všechny množiny A, B ze základní množiny U platí:

$$(A \cap B) \cup B = U$$

1. Důkaz algebraickým postupem:

$(A \cap B) \cup B =$ podle 23

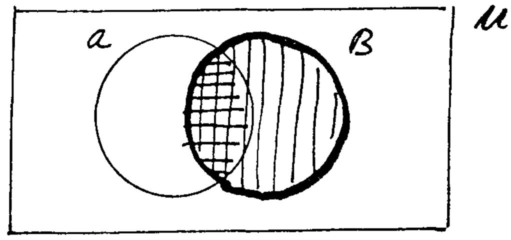
$(A \cap B) \cup (B \cap U)$ podle 14

$(B \cap A) \cup (B \cap U)$ podle 18

$B \cap (A \cup U)$ podle 4

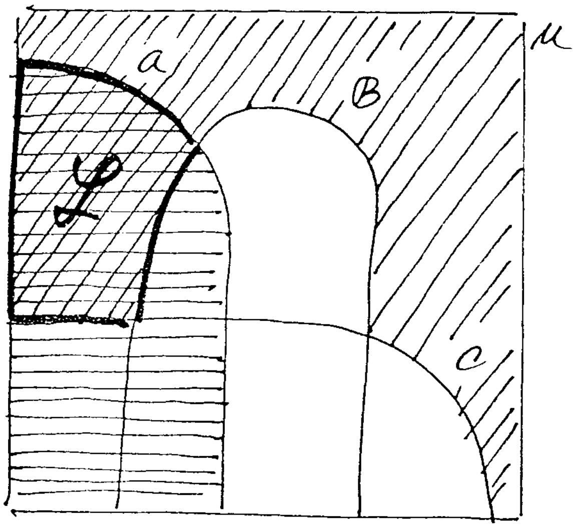
$B \cap U = B$

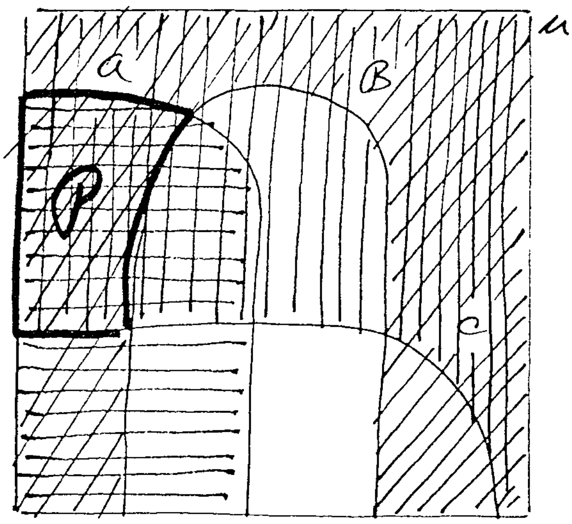
2. Důkaz pomocí Vennových diagramů.



Příklad 26. Rozhodněte, zda platí:

$$\underbrace{A \cap (B \cup C)'}_{L} = \underbrace{(A \cap B') \cap (A \cap C')}_{P}$$





Rovnost platí.