16/9 6 mužů a 4 ženy

a) předseda, místopředseda, jednatel, hospodář

b) předseda - muž, místopředseda - žena a naopak

c) právě 1 žena

a) $V(4,10) = \frac{10!}{6!} = 10.9.8.7 = \underline{\underline{5040}}$

b) ~~K(1,4,6)~~ $V(1,6) \cdot V(1,4) \cdot V(2,8) = \frac{8!}{6!} = 8.7 = 56$

$6 \cdot 4 \cdot 56 = 1344$

naopak stejně $= 1344$

dohromady $\underline{\underline{2688}}$

c) předseda $V(1,4) \cdot V(3,6) = 4 \cdot \frac{6!}{3!} = 4 \cdot 6.5.4 = 480$

↑ 4 ženy

místopř., jednatel, hospodář stejně $\Rightarrow 4.480 = \underline{\underline{1920}}$

16/10 rozvrh na 1 den pro třídu

12 předmětů, každý nejvýše 1 hodinu denně

6 vyuč. hodin $\Rightarrow$ kolika způsoby?

b) v kolika z nich daný předmět se vyskytuje

c) -||- je -||- 1. hodinu?

a) $V(6,12) = \frac{12!}{6!} = 12.11.10.9.8.7 = \underline{\underline{665\,280}}$

b) $\boxed{M}$? ? ? ? ?

? $\boxed{M}$? ? ? ?

⋮ 6 možností

$6 \cdot V(5,11) = 6 \cdot \frac{11!}{6!} =$

$= 6 \cdot 11.10.9.8.7 = \underline{\underline{332\,640}}$

c) $\boxed{M}$? ? ? ? ?

$V(5,11) = \frac{11!}{6!} = 11.10.9.8.7 =$

$= \underline{\underline{55\,440}}$

16/11 $n = ?$

a) 240 dvoučlenných variací

b) 2× více 4člen. variací než tříčlen. variací

a) $V(2, n) = 240$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 240 \qquad \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)}!} = 240$$

$$n(n-1) = 240 \qquad n^2 - n - 240 = 0$$

$$n_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+960}}{2} \quad \begin{cases} \frac{31}{2} \;\; \boxed{16} \\ -15 \quad \emptyset \quad n > 0 \end{cases}$$

b) $2\,V(3, n) = V(4, n)$

$$2 \cdot \frac{\cancel{n!}}{(n-3)!} = \frac{\cancel{n!}}{(n-4)!} \qquad n - 3 = 2$$

$$\underline{\underline{n = 5}}$$

$$\frac{(n-3)!}{(n-4)!} = 2$$

16/12 telefon. číslo: 9 míst, začíná 23
neobsahuje žádné 2 stejné číslice a je dělitelné
25 kolik čísel připadá v úvahu?

10 číslic

23 50

23 75

$$V(5,6) = \frac{6!}{1!} = 6.5.4.3.2 = 720$$

$$V(5,6) = \frac{6!}{1!} = 720$$

celkem $2 . 720 = \underline{\underline{1440}}$

16/13 utkání nebylo nerozhodné

$10 \leq$ počet branek ≤ 20

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

$$V(2, 11) = \frac{11!}{9!} = 11.10 = \underline{\underline{110}}$$

16/14 přirodní počet ... n ... $V(3,n)$

a) $n+2 \Rightarrow V(3, n+2) = 10\, V(3,n)$

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = 10 \cdot \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$(n+2)(n+1)\cancel{n} = 10 \cdot \cancel{n}(n-1)(n-2)$$

$n \neq 0$ lze zkrátit

$$n^2 + 3n + 2 = 10(n^2 - 3n + 2)$$

$\cancel{10(n^2+3n+2) = n^2+3n+2}$

$$9n^2 - 33n + 18 = 0$$

$$3n^2 - 11n - 6 = 0$$

$\cancel{9n^2 + 33n + 18 = 0}$

$\cancel{3n^2 + 11n + 6 = 0}$

$\cancel{n_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121-72}}{6}}$

$$n_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 72}}{6} \; \begin{cases} \boxed{3} \\ \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \emptyset \end{cases}$$

$n = 3$!

b) $V(3, n+2) = V(3,n) + 150$

$$(n+2)(n+1)n = n(n-1)(n-2) + 150$$

$$n(n^2+3n+2) = n(n^2-3n+2) + 150$$

$$\cancel{n^3} + 3n^2 + \cancel{2n} = \cancel{n^3} - 3n^2 + \cancel{2n} + 150$$

$$6n^2 = 150$$

$$n^2 = 25 \qquad \underline{\underline{n = 5}}$$

16/15 4 cifer. čísla z číslic 0, 2, 4, 6, 8

4 cifer. $\begin{cases} \text{všechna} & V(4,5) = \frac{5!}{1!} = 5.4.3.2 = 120 \\ \text{nula na začátku} & 0\,?\,?\,? \quad V(3,4) = \frac{4!}{1!} = 4.3.2 = 24 \end{cases}$ $120 - 24 = 96$

3 cif. $\left.\begin{array}{l} \Sigma : V(3,5) = \frac{5!}{2!} = 5.4.3 = 60 \\ 0 : V(2,4) = 4!/2! = 4.3 = 12 \end{array}\right\}$ 48

2 cif. $\left.\begin{array}{l} \Sigma : V(2,5) = 5!/3! = 5.4 = 20 \\ 0 : V(1,4) = 4 \end{array}\right\}$ 16

1 cif. 5

celkem:
$96 + 48 + 16 + 5$
$\underline{\underline{= 165}}$

| 17 6 místná lavice 6 kočů

a) 2 vedle sebe

b) 2 vedle sebe a třetí na kraji

kočí A B C D E F

a) AB . . . . $4! = 24$
. A B . . . $4! = 24$
. . A B . . $4! = 24$
. . . A B . $4! = 24$
. . . . A B $4! = 24$

$5 \cdot 24 = 120$

stejně tak pro BA

$2 \cdot 120 = \underline{\underline{240}}$

b) AB . . . C $3! = 6$
C . A B . . C $2 \cdot 3! = 12$
C . . A B . C $2 \cdot 3! = 12$
C . . . A B . C $2 \cdot 3! = 12$
C . . . . A B $3! = 6$

48

~~pro D, E, F~~
~~24, 24, 24~~
~~4 . 24 = 96~~

BA stejně $\Rightarrow$ 48

celkem $2 \cdot 48 = \underline{\underline{96}}$

23 / 18 první věta : 4 slova
druhá věta : 4 slova

– počet přeslupení 1. v = 4!
– –||– 2. v = 4!

počet vzájemných možností $4! \cdot 4! = (4!)^2$

– obrácené věty $\Rightarrow$ $\underline{\underline{2 \cdot (4!)^2}}$

23 / 20 m ... chlapců , n ... dívek

a) všechny D , pak vš. chlapci
$P(n) = n!$, $P(m) = m!$ celkem $\underline{\underline{n! \, m!}}$

b) D – CH $n! \, m!$ +
CH – D $m! \, n!$

celkem $\underline{\underline{2 \cdot n! \, m!}}$

c) např. 5 D $\Rightarrow$ 6 míst pro CH
(viz přesky míst)

$\underline{\underline{(n+1)! \, m!}}$

23/21

a) $P(n) = 40\,320 = n!$ $\qquad n = ?$

zkoušet $\qquad \underline{\underline{n = 8}}$

b) $P(n+2) = 56\,P(n)$

$(n+2)(n+1)\cancel{n!} = 56\,\cancel{n!}$

$n^2 + 3n + 2 - 56 = 0$

$n^2 + 3n - 54 = 0$

$$n_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+216}^{\,15}}{2} \begin{cases} \boxed{6} \\ -9 \quad \emptyset \end{cases}$$

c) $P(n-2) = \frac{1}{20}\,P(n)$

$(n-2)! = \frac{1}{20} \cdot n(n-1)(n-2)!$

$n(n-1) = 20$

$n^2 - n - 20 = 0$

$$n_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+80}^{\,9}}{2} \begin{cases} \boxed{5} \\ -4 \quad \emptyset \end{cases}$$

24/22 Zjednodušte

a) $$\frac{1}{n!} - \frac{3}{(n+1)!} - \frac{n^2-4}{(n+2)!} = \frac{1}{n!} - \frac{3}{(n+1)(n!)} - \frac{\cancel{(n+2)}(n-2)}{\cancel{(n+2)}(n+1)\,n!}$$

$$= \frac{n+1-3-n+2}{(n+1)!} = \underline{\underline{0}}$$

b) $$\frac{(n-3)\cancel{(n+3)}}{\cancel{(n+3)}(n+2)(n+1)!} + \frac{6}{(n+2)(n+1)!} - \frac{1}{(n+1)!} =$$

$$= \frac{n-3+6-(n+2)}{(n+2)!} = \underline{\underline{\frac{1}{(n+2)!}}}$$

c) $$\frac{(n+2)(n+1)\cancel{n!}}{\cancel{n!}} - \frac{2(n+1)n\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} + \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} =$$

$$= \cancel{n^2} + \cancel{2n} + 2 - \cancel{2n^2} - \cancel{2n} + \cancel{n^2} - n = \underline{\underline{2-n}}$$

d) $$\frac{(n+2)(n+1)!}{(n+1)!} - \frac{(n+1)n!}{n!} = n+2-n-1 = \underline{\underline{1}}$$

Př. 2 Kolik způsobů ze 7 mužů a 4 žen vybrat 6 lidí

a) právě 2 ženy

b) aspoň 2 ženy

a) $C(2,4) . C(4,7) = \binom{4}{2} \cdot \binom{7}{4} = \frac{4!}{2!\,2!} \cdot \frac{7!}{3!\,4!} =$

$= 6 . 35 = \underline{\underline{210}}$

b) 2, 3, 4 ženy

$C(2,4) . C(4,7) + C(3,4) . C(3,7) + C(4,4) \cdot C(2,7) =$

$= \binom{4}{2}\binom{7}{4} + \binom{4}{3}\binom{7}{3} + \binom{4}{4}\binom{7}{2} = \underline{\underline{371}}$

31/26 – 10 družstev

5 družstev   5 družstev

a) 5 družstev

každý s každým

$C(2,5)$

b) 1. d   1. d

2. d   2. d

každý s každým kromě skupiny (−2)

a) $C(2,5) = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5.4}{2} = \underline{10}$ II –"– $\underline{10}$

b) $C(2,4) = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4.3}{2} = 6$ $6-2 = \underline{4}$

c) vítězové $\underline{1}$

$\Sigma = 25$ zápasů

31/27 7 knih – Petr
10 knih – Ivana

$$C(2,7) \cdot C(2,10) = \frac{7!}{5!2!} \cdot \frac{10!}{8!2!} = \overset{21}{\frac{7\cdot 6}{2}} \cdot \overset{45}{\frac{10\cdot 9}{2}} = \underline{\underline{945}}$$

31/28 z 20 osob vybrat 10

a) nebyl A
b) nebyl A a zároveň B
c) byl aspoň jeden z A nebo B

a) $C(10,19) = \frac{19!}{9!10!} =$

b) $\underset{\uparrow \text{všechny možnosti}}{C(10,20)} - \underset{\uparrow \text{A a B ve výběru}}{C(8,18)} =$

c) A nebo B nebo oba

$\underset{\swarrow \text{A už je vybraný a B nesmí být}}{C(9,18)} + C(9,18) + C(8,18)$

32/31

a) $C(4,n) = 20C(2,n)$

$$\frac{n!}{(n-4)!4!} = 20 \cdot \frac{n!}{(n-2)!2!}$$

$$(n-2)(n-3) = 20 \cdot \frac{4!}{2!}$$

$n^2 - 5n + 6 = 240$

$n^2 - 5n - 234 = 0$

$$n_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+936}^{\,31}}{2} \begin{cases} \underline{\underline{18}} \\ -13 \ \varnothing \end{cases}$$

b) $C(3, n+1) = C(3,n) + 21$

$$\frac{(n+1)!}{(n-2)!(3!)} = \frac{n!}{(n-3)!3!} + 21 \quad /\cdot 3!$$

$(n+1)n(n-1) = n(n-1)(n-2) + 126$

$n(n-1)(n+1-n+2) = 126$

$n^2 - n - 42 = 0$

$$n_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+168}^{\,13}}{2} \begin{cases} \underline{\underline{7}} \\ -6 \ \varnothing \end{cases}$$

32/32 Řeš v N

a) $\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 4$

$$\frac{n!}{(n-2)!\,2!} + \frac{(n-1)!}{(n-3)!\,2!} = 4$$

$$\frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 4 \quad /\cdot 2$$

$$(n-1)\overbrace{(n+n-2)}^{2(n-1)} = 8 \qquad (n-1)^2 = 4$$

$|n-1| = 2$

$\underline{\underline{n_1 = 3}}$

$n_2 = -3 \quad \emptyset$

b) $\binom{n}{3} + \binom{n+2}{3} + \binom{n+4}{3} = \frac{n^3}{2} + 88$

$$\frac{n!}{(n-3)!\,3!} + \frac{(n+2)!}{(n-1)!\,3!} + \frac{(n+4)!}{(n+1)!\,3!} = \frac{n^3}{2} + 88 \qquad /\cdot 3! = 6$$

$$n(n-1)(n-2) + (n+2)(n+1)(n) + (n+4)(n+3)(n+2) = 3n^3 + 528$$

$\vdots$

ÚLOHY K OPAKOVÁNÍ

33/33 8 aut 2 řady po 4 vozech

a) záleží na pořadí } v každé řadě
b) nezáleží -//-

a) 1 řada = $V(4,8)$ } vzájemně vynásobit
2 řada = $V(4,4)$

$$\frac{8!}{4!} \cdot \frac{4!}{0!} \cdot \frac{4!}{4!} = \frac{8!}{4!4!} \cdot 4!4! = \binom{8}{4} \cdot 4! \cdot 4!$$

b) 1. řada : $C(4,8) = \binom{8}{4}$
2. řada ⇒ co zbyde, je jedno co tam je

33/34 šachovnice $8 \times 8 = 64$ polí, 32 B, 32 W

$$\underbrace{5 \text{ figur}}_{P(5)=5!} \quad \underbrace{\underbrace{2 \text{ na } B}_{C(2,32)} \text{ a } \underbrace{3 \text{ na } W}_{C(3,32)}}$$

$$5! \cdot \binom{32}{2}\binom{32}{3}$$

? 33/35 BEROUNKA ⇒ 8 písmen přemístit písmena!

a) BERAN [4!]
b) NERO, KUBA v lib. pořadí [2]
c) BUK, NORA -//- [3!]

a) $\boxed{BER}\ \boxed{A}\ \boxed{N}\ \boxed{OUK}$ ⇒ počet přeskupení : 4!

b) BEROUNKA ⇒ NERO
1
} 2 ?

BEROUNKA ⇒ KUBA ←
3. 2 1
1.

c) BEROUNKA 2 ⇒ BUK
1 1

BEROUNKA 2 = 4
R 1
BEROUNKA
N 3 = 5

34/36 15 kluků, 12 děvčat ? 4 taneční páry

$\cancel{C(4,15)\cdot C(4,12) = \frac{15!}{11!\,4!}\cdot\frac{12!}{8!\,4!}}$

kluky vybereme náhodně, nezáleží na pořadí:

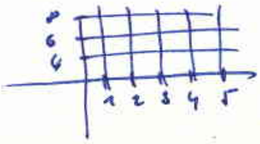
$C(4,15)$

u dívky má záleží na pořadí protože jdou do páru s klukem

$V(4,12)$

celkem: $C(4,15)\cdot V(4,12)$ nebo $V(4,15)\cdot C(4,12)$

34/39 $x=1,\ x=2,\ x=3,\ x=4,\ x=5$



$y=2\ y=4,\ y=6,\ y=8$

počet: $C(2,5)\cdot C(2,4)$

34/40 12 přímek v rovině, 5 je $\parallel$, žádné 3 neproch. stejným bodem ? je průsečíků

1 – průsečík $\Rightarrow$ 2 přímky

celkový počet kdyby nebyly $\parallel$ $\Rightarrow$ $C(2,12)$

průsečík nemohou vytvořit $\parallel$ $\Rightarrow$ $C(2,5)$

celkem: $C(2,12)-C(2,5) = \binom{12}{2}-\binom{5}{2}$

34/42 ? <500 3, 5, 7, 9

všechna 1 ciferná: $V(1,4) = 4$

2 ciferná: $V(2,4) = 4\cdot 3 = 12$

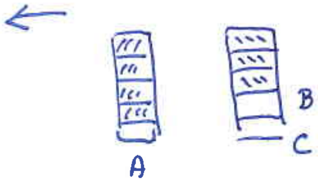
3 cifer. pouze začínající 3 ?? $V(2,3) = 3\cdot 2 = 6$

celkem 22

34/45 2 lavice po 5 místech

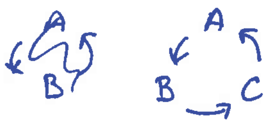
10 lidí 4 ve směru 3 proti směru 3 jedno jak

? způsobů rozsazení?



pro rozsazení A B C dle obr.:

pro 1. lavici $5!$
2. —"— $5!$ } $5!.5!$



celkem $\underline{3 . 5!5!}$

35/46 počet 4 cifer. čísel 0 1 2 3 5 7

a) kolik končí 1? $V(4,6) - V(3,5) = \underline{300}$

b) kolik je lichých?

a) . . . 1 $V(3,5) - V(2,4) = \underline{48}$

b) 1, 3, 5, 7 $\Rightarrow$ $4 . 48 = \underline{192}$

Př. 1 Pomocí Bi.V. výpočti:

a) $$\left(3x^2-\frac{y}{2}\right)^4 = (3x^2)^4 + 4.(3x^2)^3\left(-\frac{y}{2}\right) +$$
$$+ 6\,(3x^2)^2\left(-\frac{y}{2}\right)^2 + 4(3x^2)\left(-\frac{y}{2}\right)^3 + \left(-\frac{y}{2}\right)^4 =$$
$$= 81x^8 - 54x^6y + \frac{27}{2}x^4y^2 - \frac{3}{2}x^2y^3 + \frac{y^4}{16}$$

b) $1{,}01^6$ – bez kalkulačky

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & (4) \\ & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & (5) \\ 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 \quad (6) \end{array}$$

$$(1+0{,}01)^6 = 1 + 6.1^5.0{,}01 +$$
$$+ 15.1^4.(0{,}01)^2 + 20.1^3.(0{,}01)^3 +$$
$$+ 15.1^2(0{,}01)^4 + 6.1.(0{,}01)^5 + 1.1.(0{,}01)^6 =$$
$$= 1 + 0{,}06 + 0{,}0015 + 0{,}000020 + 15.10^{-8} + 6.10^{-10} + 10^{-12} =$$
$$= 1{,}061520150601$$

Př. 2 určení přibližné hodnoty výrazu

$(1+x)^n$ kde $x \ll 1$ $\quad 1 + \underbrace{\binom{n}{1}}_{n} 1.x + \binom{n}{2}x^2$

$x^2 \ll x$

$$(1+x)^n \doteq 1 + nx$$

Př. 3 Teplotní délková a objemová roztažnost pevných látek

$$l = l_0(1+\alpha\Delta T) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = a_0(1+\alpha\Delta T) \\ b = b_0(1+\alpha\Delta T) \\ c = c_0(1+\alpha\Delta T) \end{array}\right\} V = V_0(1+\alpha\Delta T)^3$$

$\Rightarrow$ pro malé ΔT, $\alpha \sim 10^{-6}$ $\Rightarrow \alpha\Delta T \ll 1$

$$(1+\alpha\Delta T)^3 \doteq 1 + \underbrace{3\alpha\Delta T}_{\beta} = 1 + \beta\Delta T \qquad \beta \doteq 3\alpha$$

Př. 4 V algebraickém tvaru urči $(\sqrt{3}-i)^5$

1. zp. $\Rightarrow$ převod na goniom. tvar

$\Rightarrow$ použití Moivreovy věty $(\cos\alpha + i\sin\alpha)^n =$

$= \cos n\alpha + i \sin n\alpha$

$\Rightarrow$ převod na alg. tvar

2. zp. B.V.

$$(\sqrt{3}-i)^5 = (\sqrt{3})^5 + 5.(\sqrt{3})^4(-i) + 10.(\sqrt{3})^3(-i)^2 +$$

$$+ 10.(\sqrt{3})^2(-i)^3 + 5.\sqrt{3}(-i)^4 + (-i)^5 =$$

$$= 9.\sqrt{3} - 45i - 30\sqrt{3} + 30i + 5.\sqrt{3} - i = \underline{\underline{-16\sqrt{3} - 16i}}$$

Př. 5 urči desátý člen Binom. rozvoje

$$\left(5x^3 - \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^{12}$$

1... $\binom{12}{0}$ A^{12}

2... $\binom{12}{1}$ A^{11}

10... $\binom{12}{9}$

10. člen ... $\binom{12}{9}(5x^3)^3\left(-\frac{\sqrt{2}}{x}\right)^9 =$

$$= \frac{12!}{3!\,9!} = \frac{12.11.10.}{3.2} = 4.11.5 = 220$$

$$220 . 125 . \cancel{x^9} . \frac{-(\sqrt{2})^8\sqrt{2}}{\cancel{x^9}} = - 220.125.16.\sqrt{2} = \underline{\underline{-44.10^4.\sqrt{2}}}$$

6. Variace s opakováním

$$\boxed{V'(k,n) = n^k}$$

Př. 1. Kufřík má číselný zámek ⇒ 5 kotoučů na každém 1 až 9. Kolik je max. pokusů na otevření kufru?

$$V'(5,9) = 9^5 = \underline{\underline{59\,049}}$$

Př. 2. Staré SPZ — 3 písmena + 4 čísla

př. HKA-45-27 — číslic --- 10

? ex. značek — písmen --- 26

$$V'(3,26)\cdot V'(4,10) = 26^3 \cdot 10^4 = 175\,760\,000$$

$$= 175\,760\,000$$

b) kolik aut by mohl mít teoreticky každý občan vč. dětí?

$$175\,760\,000 : 10\,000\,000 \doteq 17{,}576 \doteq \underline{\underline{17}}$$

Př. Difuze plynu

$n = 1$ — [• |] [| •] — 2

$n = 2$ — [•A | •B] [•B | •A] [•A •B |] [| •A •B] — 4 — $\frac{1}{4}$ vs. $\frac{2}{4}$ — 25 % vs. 50 %

$n = 3$ — [ABC |] [AB | C] [A | BC] [BC | A] [C | AB] [| ABC] [B | CA] [AC | B] — 8 — $12{,}5\,\% = \frac{1}{8}$ vs $\frac{6}{8} = 75\,\%$

$n = 3$ . . .

$$\text{počet možností} = 2^n$$

- pravděpodobnost nahromadění je velmi $\frac{1}{2^n} \to 0$
- rovnovážný stav je stav s nejvyšší P-stí

7. Permutace s opakováním

n ... celkový počet prvků

$k_1, k_2, \dots, k_n$ ... počet opakování jednotlivých prvků

$$\boxed{P'(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{n!}{k_1!\,k_2! \dots k_n!}}$$

<u>Př.</u> Kolik slov lze vytvořit ze slova (anagramů) LEONARDO DA VINCI

L ... 1x
E ... 1x
O ... 2x
N ... 2x
A ... 2x
R ... 1x
D ... 2x
V ... 1x
I ... 2x
C ... 1x

$$P'(1,1,2,2,2,1,2,1,1,2,1) = \frac{15!}{1!\,1!\,2!\,2!\,2!\,1!\,2!\,1!\,2!\,1!}$$

$$= \frac{15!}{5 \cdot 2!} \doteq \underline{\underline{1{,}3 \cdot 10^{11}}}$$

<u>Př.</u> Ze 4 kuliček: 4 modré, 1 bílá, 1 černá, 1 zelená ⇒ výběr 5 kuliček ? ex. způsobů

M ... 4x
B ... 1x
Č ... 1x
Z ... 1x

$$\cancel{P' = \frac{7!}{4!\,1!\,1!\,1!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210}$$

$\underset{M}{o}$ $\underset{M}{o}$ $\underset{M}{o}$ $\underset{M}{o}$ o 5 variant x 3 barvy B, Č, Z

4 x M a 1 jiná $P' = \frac{5!}{4!\,1!}$ ⇒ $3 \cdot \frac{5!}{4!}$

$\underset{M}{o}$ $\underset{M}{o}$ $\underset{M}{o}$ $\underbrace{\square \ \square}_{C(2,3)}$ $P' = \frac{5!}{3!\,1!\,1!} \cdot 3$ ⇒ $3 \cdot \frac{5!}{3!}$

$\underset{M}{o}$ $\underset{M}{o}$ $\underbrace{\square \ \square \ \square}_{C(3,3)}$ $P' = \frac{5!}{2!\,1!\,1!\,1!} \cdot 1$ ⇒ $\frac{5!}{2!}$

8. Kombinace s opakováním

- neuspořádaná k-tice z n-prvků
- každý prvek se opakuje k-krát

$$\boxed{C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k}}$$

- počet způsobů, kterými lze rozmístit k-stejných předmětů do n-přihrádek

__Př.__ V sáčku červené (Č), modré (M) a zelené (Z) kuličky vzájemně nerozlišitelné. Kolika způsoby lze vybrat 5 kuliček je-li v sáčku a) aspoň 5 kuliček od každé barvy
b) 5Č, 4M, 4Z

barvy: 3 $\Rightarrow$ vybíráme 5tici

a) $C'(5,3) = \binom{5+3-1}{5} = \binom{7}{5} = \underline{\underline{21}}$

b) nelze vybrat pětici z M a Z $\Rightarrow$ o 2 možnosti méně $\Rightarrow$ $21-2 = \underline{\underline{19}}$